

Notwendigkeit, Freiheit und Verantwortung in der Mathematik

Alfred Dandyk

Bei manchen Mathematikern findet man eine Unsicherheit hinsichtlich des Verhältnisses von Notwendigkeit und Freiheit innerhalb der Mathematik. Diese Verlegenheit führt zu Formulierungen, die hin und wieder inkompatibel zu sein scheinen oder zumindest eine gewisse Problematik verraten. Als Beispiel sollen hier zwei Zitate des Mathematikers Richard Dedekind angeführt werden, die seinem Aufsatz ‚Was sind und was sollen die Zahlen?‘ entnommen wurden:

Indem ich die Arithmetik...nur einen Teil der Logik nenne, spreche ich schon aus, daß ich den Zahlbegriff für gänzlich unabhängig von den Vorstellungen oder Anschauungen des Raumes und der Zeit, daß ich ihn vielmehr für einen unmittelbaren Ausfluß der reinen Denkgesetze halte. (Richard Dedekind)

...die Zahlen sind freie Schöpfungen des menschlichen Geistes, sie dienen als ein Mittel, um die Verschiedenheit der Dinge leichter und schärfer aufzufassen. (R.D.)

Folgende Punkte können hier unterschieden werden:

- Die Arithmetik ist ein Teil der Logik
- Der Zahlbegriff ist gänzlich unabhängig von den Vorstellungen und Anschauungen des Raumes und der Zeit
- Der Zahlbegriff ist ein unmittelbarer Ausfluß der reinen Denkgesetze
- Die Zahlen sind freie Schöpfungen des menschlichen Geistes
- Sie dienen als ein Mittel, die Verschiedenheit der Dinge leichter und schärfer fassen zu können.

Man muss hier nachfragen: Wie können die Zahlen freie Schöpfungen des menschlichen Geistes sein, wenn sie gleichzeitig unmittelbarer Ausfluß der reinen Denkgesetze sind? Wie kann der Zahlbegriff gänzlich unabhängig von der Erfahrung sein, wenn die Zahlen gleichzeitig dazu dienen sollen, die Verschiedenheit der Dinge leichter und schärfer zu fassen? Man erkennt Freges problematischen Logizismus wieder, aber auch Hilberts zweideutige Sichtweise auf den Formalismus der Mathematik kommt zum Vorschein. Dedekind hat also mit seinen problematischen Äußerungen einer Intuition Ausdruck verliehen, nämlich, dass die Tätigkeit des Mathematikers auf eine unbestimmte Weise zwischen Notwendigkeit und Freiheit changiert. Die Frage lautet: Wie ist das Verhältnis von Notwendigkeit und Freiheit in der Mathematik zu verstehen?

Sartre äußert sich zum Verhältnis von Notwendigkeit und Freiheit in der Mathematik zum Beispiel in seinem Aufsatz ‚Kartesianische Freiheit‘. Er unterscheidet dort zwischen der Position Spinozas und derjenigen Descartes. Bezüglich der Position Spinozas stellt er in dieser Schrift folgendes fest:

- Die Ordnung der mathematischen Wahrheiten entspricht der Wirkung des göttlichen Willens.
- Die menschliche Subjektivität muss dieser Ordnung geopfert werden.

- Die Wahrheit zeigt sich *infolge ihrer eigenen Macht* mittels der unvollständigen Individuen.
- Die Freiheit der Individuen besteht nur darin, der göttlichen Wahrheit anzuhaften.
- Andernfalls handelt es sich um ein konfuses und verkrüppeltes Denken.
- Fortschritt und Aufklärung werden diese subjektiven Schwächen beseitigen.
- Es bleibt am Ende keine Differenz zwischen Denken und Sein. Die Wahrheit ist die Totalität des Systems der Gedanken. Die Wahrheit ist in Gott, sie entspricht der Ordnung der Natur.

Spinoza betont eindeutig die Notwendigkeit der ewigen Wahrheiten. Die Freiheit des Menschen besteht nur darin, diese Notwendigkeit anzuerkennen. Die Nicht-Anerkennung dieser Wesenheiten durch den Menschen wäre keine Freiheit, sondern Konfusion, eine Perversion des Denkens, ein verkrüppelte Art des Denkens, also eigentlich gar kein Denken. In die Sprache der heutigen Zeit übersetzt könnte man sagen: Nach Spinoza besteht die menschliche Freiheit darin, dem göttlichen Algorithmus zu gehorchen. Der vollendete Mensch wäre eine Marionette, deren Aktionen dem Algorithmus Gottes entsprechen. Kurz: Der wahre Mensch ist ein göttlicher Roboter. Insofern wird der eine Teil von Dedekinds Äußerungen bei Spinoza abgebildet: Das mathematische Denken ist der direkte Ausfluss der logischen Notwendigkeiten.

Während Spinoza eindeutig ist und die menschliche Subjektivität auf dem Altar der logischen Notwendigkeit opfert, ist Descartes zweideutig. Er bestätigt die logische Notwendigkeit, ist aber gleichzeitig darum bemüht, die menschliche Autonomie zu verteidigen. Descartes spiegelt demnach eher die Ambivalenz von Dedekinds Unsicherheit hinsichtlich des Verhältnisses von Notwendigkeit und Freiheit wider. Sartre schreibt zu Descartes doppeldeutiger Haltung folgendes:

Der Mensch muss die Welt denken und sein Denken wollen und die Ordnung des Seins in ein System von Ideen transformieren. Dadurch erscheint er [Descartes], seit den Meditationen, als das ‚ontisch-ontologische‘ Sein, wovon später Heidegger sprechen wird. So stattet uns Descartes zunächst mit einer vollständigen intellektuellen Verantwortlichkeit aus. Er verspürt in jedem Moment die Freiheit seines Denkens angesichts der Verkettung der Wesenheiten. Seine Einsamkeit ebenso. Heidegger hat gesagt: Niemand kann für mich sterben. Aber vor ihm, Descartes : Niemand kann für mich verstehen. Am Ende muss man ja oder nein sagen – und alleine über das Wahre für das ganze Universum entscheiden. (Sartre, Kartesianische Freiheit)

Nach Sartre stattet Descartes den Menschen mit einer fundamentalen Verantwortlichkeit aus. Auch wenn der Mensch dem göttlichen Algorithmus gedanklich folgt, spürt er dennoch in jedem Augenblick seine Verantwortung hinsichtlich des Auftauchens der Wahrheit während dieses Aktes. Er muss sich konzentrieren, er muss seinen Willen anspannen, bei der Sache zu bleiben, er darf sich nicht ablenken lassen, er muss die Wichtigkeit dieser Aktivität bestätigen und so weiter. Der Computer arbeitet den Algorithmus ab; er ist nichts anderes als die materielle Realisierung dieses Algorithmus, also eine direkte und lückenlose Manifestation des göttlichen Willens. Der Mensch muss jedoch in jedem Augenblick jeden

einzelnen Schritt dieses Algorithmus bestätigen; er muss seine eigene Aktivität initiieren, er muss den Wert dieser Aktivität jederzeit bejahen, er muss willentlich das Gewicht der philosophischen Lebenshaltung hochhalten und die Bedeutung der überzeugenden Evidenz gegenüber der nicht-überzeugenden Nicht-Evidenz unterstreichen. Mit anderen Worten: Der Mensch ist in jedem Moment der freie Unterstützer oder Verleugner der göttlichen Wahrheit.

Im Gegensatz zur Sichtweise Spinozas ist der Mensch bei Descartes keine göttliche Marionette, sondern ein Wesen, das für sein Handeln Verantwortung trägt. Der existierende Mensch bestätigt demnach in jedem Moment des Vollzugs der göttlichen Notwendigkeit seine eigene verantwortliche Freiheit. Während es bei Spinoza eine Identität von Denken und Sein gibt, existiert bei Descartes im Sinne Heideggers eine ontisch-ontologische Differenz. Denn während des Vollzugs des Algorithmus gibt es beim Menschen eine Anwesenheit bei sich selbst, eine Differenz zwischen dem Algorithmus und dem Verhältnis des Menschen zu diesem Algorithmus, einen Spalt zwischen dem Sein und der Bezeugung des Seins, einen Unterschied zwischen dem göttlichen Sein und der menschlichen Freiheit, dieses göttliche Sein zu imaginieren.

Für Sartre ist nun weiterhin entscheidend, dass nach Descartes die Freiheit Gottes auch über die Existenz der ewigen Wesenheiten entscheidet. In einem Brief an Mersenne schreibt Descartes:

Die mathematischen Wahrheiten, welche Sie ewig nennen, wurden von Gott eingerichtet und hängen vollkommen von ihm ab, ebensogut wie der ganze Rest der Kreaturen. Es ist in der Tat dasselbe, von Gott zu reden wie von einem Jupiter oder Saturn und ihn dem Styx oder dem Schicksal zu unterwerfen wie zu sagen, dass diese Wahrheiten unabhängig von ihm sind...Es ist Gott, der diese Gesetze in der Natur etabliert hat, so wie ein König die Gesetze in seinem Königreich einführt. (Descartes, Brief an Mersenne)

Sartre verwandelt diese theistische Freiheits-Theorie, indem er in gewisser Weise die kreative Freiheit Gottes auf den Menschen überträgt: Diese Säkularisierung des Freiheits-Begriffes wird in den folgenden Zitaten deutlich:

Aber wir werden Descartes nicht vorwerfen, auf Gott übertragen zu haben, was uns selbst zukommt ;...(Sartre, Kartesianische Freiheit)

Die Grundlage der Wahrheit ist die Freiheit. (Sartre, Wahrheit und Existenz)

Damit liegt Sartres Position fest: Descartes sagt: Die Freiheit Gottes liegt der Wahrheit zugrunde. Heidegger sagt: Der Mensch ist ein ontisch-ontologisches Wesen, das heißt, der Mensch enthüllt die Wahrheit mittels seiner Freiheit. Sartre deutet diese Parallelität zwischen Descartes und Heidegger, indem er seine eigene Sichtweise auf den Punkt bringt: Wahrheit ist Erhellung des Seins und diese Erhellung des Seins kommt durch den Menschen zur Welt.

In diesem Sinne sind für Sartre Zahlen Werkzeuge zur Erhellung des Seins. Wie viele Dekompressionsorgane sind auch die Zahlen freie Erfindungen. Sie sind allerdings kreative Erfindungen, keine willkürlichen. Sie basieren auf der Faktizität des Vorgegebenen, das heißt auf der Praxis des Menschen, und sie müssen sich am Ende wieder auf diese Praxis beziehen.

Als freie Erfindungen unterliegen sie, einmal anerkannt, der logischen Notwendigkeit. Einmal erschaffen und akzeptiert liegen sie bereit, dem Menschen als Instrumente zur Erhellung des Seins zu dienen. Auf diese Weise sind die Zahlen sowohl freie Erfindungen als auch Objekte logischer Notwendigkeit, genau wie Dedekind das formuliert hat. Dedekind hat nur versäumt, den existenzphilosophischen Hintergrund aufzuklären.

Die Freiheit des Menschen und seine Verantwortlichkeit erstreckt sich für Sartre also auch auf die mathematischen Notwendigkeiten. Erkennt man sie an, entfalten sie ein eigenes Reich von Notwendigkeiten. Aber selbst diese Notwendigkeiten können die Freiheit nicht untergraben. Man kann dieses Reich bejahen, man kann es aber auch als Ganzes verneinen oder bestimmte Aspekte infragestellen. Beispiele dafür gibt es genug: Viele Mathematiker hatten Probleme, die Existenz der imaginären Einheit i anzuerkennen, Gauß lehnte den Begriff des aktual Unendlichen ab, Cantor wurde für die Erfindung seiner Transfiniten Zahlen von einigen berühmten Mathematikern verspottet. Die Mathematik entspricht demnach nicht einfach der Ordnung des Seienden, wie Spinoza glaubte, sondern sie entspricht dem *Verhältnis des Menschen zum Seienden*. Sie ist ein spezielles Dekompressions-Organ, mit dessen Hilfe der Mensch das Seiende enthüllen kann. Sie sind Erfindungen der Freiheit, welche die Ordnung des Seienden widerspiegeln sollen. Sie müssen aber jederzeit von der Freiheit anerkannt werden. Sie setzen sich nicht von alleine durch.